8| Desde un puente se lanza, verticalmente hacia arriba, una piedra con una velocidad inicial de 6 m/s.

a) ¿Qué altura, sobre el puente, alcanza la piedra?
b) ¿Cuánto tiempo tarda la piedra en volver a pasar por el punto desde el que fue lanzada y qué velocidad tiene en ese momento?
c) Si la piedra tarda 1,94 segundos, desde que fue lanzada, en llegar al agua, ¿Cuál es la altura del puente?
d) ¿Con qué velocidad llega la piedra al agua?

Ecuación de posición de la piedra al llegar al agua (y = 0):

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = y_0 + 6 \cdot 1{,}94 - 4{,}9 \cdot 1{,}94^2 \quad \rightarrow \quad y_0 = 6{,}8\ m$$

La altura del puente es de 6,8 metros.

Tiempo que tarda la piedra en llegar a la altura máxima (v=0):

$$v = v_0 - g \cdot t \quad \rightarrow \quad 0 = 6 - 9{,}8 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = 0{,}61\ s$$

Ecuación de posición de la piedra en la altura máxima:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 = 6{,}8 + 6 \cdot 0{,}61 - 4{,}9 \cdot 0{,}61^2 = 8{,}64\ m$$

La altura que alcanza la piedra sobre el puente es:

$$8{,}64\ (altura\ máxima) - 6{,}8\ (altura\ del\ puente) = 1{,}84\ m$$

Ecuación de posición de la piedra cuando vuelve a pasar por el punto de lanzamiento ($y = 6{,}8\ m$):

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad 6{,}8 = 6{,}8 + 6 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = 1{,}22\ s$$

$$v = v_0 - g \cdot t = 6 - 9{,}8 \cdot 1{,}22 = -6\ m/s$$

La velocidad con la que la piedra llega al suelo:

$$v = v_0 - g \cdot t = 6 - 9{,}8 \cdot 1{,}94 = -13{,}01\ m/s$$

9| Un indio divisa un mono, situado a 5 m de altura en un árbol. El árbol se encuentra a 20 m de distancia y el indio lanza un dardo con una velocidad de 90 km/h. En el mismo instante en el que el dardo es lanzado, el mono se deja caer. Para que el mono sea alcanzado por el dardo, calcula el ángulo que inclinación de la cerbatana.

Solución: [14°]

El mono, en su caída, describe un tiro vertical, mientras que el dardo describe un tiro oblicuo.

En el punto en el que impacta el dardo en el mono, las coordenadas "x" del mono y del dardo deben ser iguales y las coordenadas "y" del mono y del dardo también deben ser iguales.

$$x_{mono} = x_{dardo}$$

$$20 = 25 \cdot cos\alpha \cdot t$$

$$y_{mono} = y_{dardo}$$

$$5 - \cancel{4,9} \cdot t^2 = 0 + 25 \cdot sen\alpha \cdot t - \cancel{4,9} \cdot t^2$$

El sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{cases} 20 = 25 \cdot cos\alpha \cdot t \\ 5 = 25 \cdot sen\alpha \cdot t \end{cases}$$

Despejando el tiempo en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda ecuación:

$$t = \frac{20}{25 \cdot cos\alpha}$$

$$5 = \cancel{25} \cdot sen\alpha \cdot \frac{20}{\cancel{25} \cdot cos\alpha}$$

$$5 = 20 \cdot \frac{sen\alpha}{cos\alpha} = 20 \cdot \tan\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{5}{20}$$

$$\alpha = 14°$$

10| Un avión vuela a 100 m de altura, con una velocidad de 40 m/s. En un momento dado, deja caer una bomba. A 125 m de distancia de la vertical del avión se encuentra un mortero que dispara proyectiles verticalmente hacia arriba. Dos segundos después de que el avión deje caer la bomba, el mortero dispara el proyectil. Determina:

a) Cuál debe ser la velocidad de salida del proyectil para interceptar la bomba.
b) La altura a la que se produce el impacto.
c) Cuánto tiempo después de haber disparado el mortero se produce el impacto.

El proyectil responde a un tiro vertical, mientras que la bomba describe un tiro horizontal.

En el punto en el que el proyectil intercepta la bomba, las coordenadas "x" del proyectil y de la bomba deben ser iguales y las coordenadas "y" del proyectil y de la bomba también. El problema comienza cuando se lanza el proyectil, por lo que en las ecuaciones de la bomba el tiempo será "t+2" mientras que en las ecuaciones del proyectil el tiempo será "t".

$$\begin{cases} x_{proyectil} = x_{bomba} \\ y_{proyectil} = y_{bomba} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 125 = 40 \cdot (t+2) \\ v_0 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 = 100 - 4{,}9 \cdot (t+2)^2 \end{cases}$$

Se calcula el valor del tiempo en la primera ecuación y su valor se sustituye en la segunda ecuación:

$$t = 1{,}125 \ s$$

$$v_0 = 51{,}87$$

La altura a la que se produce el impacto es la coordenada "y":

Para el proyectil t=1,125 s	Para la bomba t=3,125 s
$y = y_0 + v_0 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$ $y = 0 + 51{,}87 \cdot 1{,}125 - 4{,}9 \cdot 1{,}125^2$ $y = 52{,}15 \ metros$	$y = y_0 - 4{,}9 \cdot t^2$ $y = 100 - 4{,}9 \cdot 3{,}125^2$ $y = 52{,}15 \ metros$