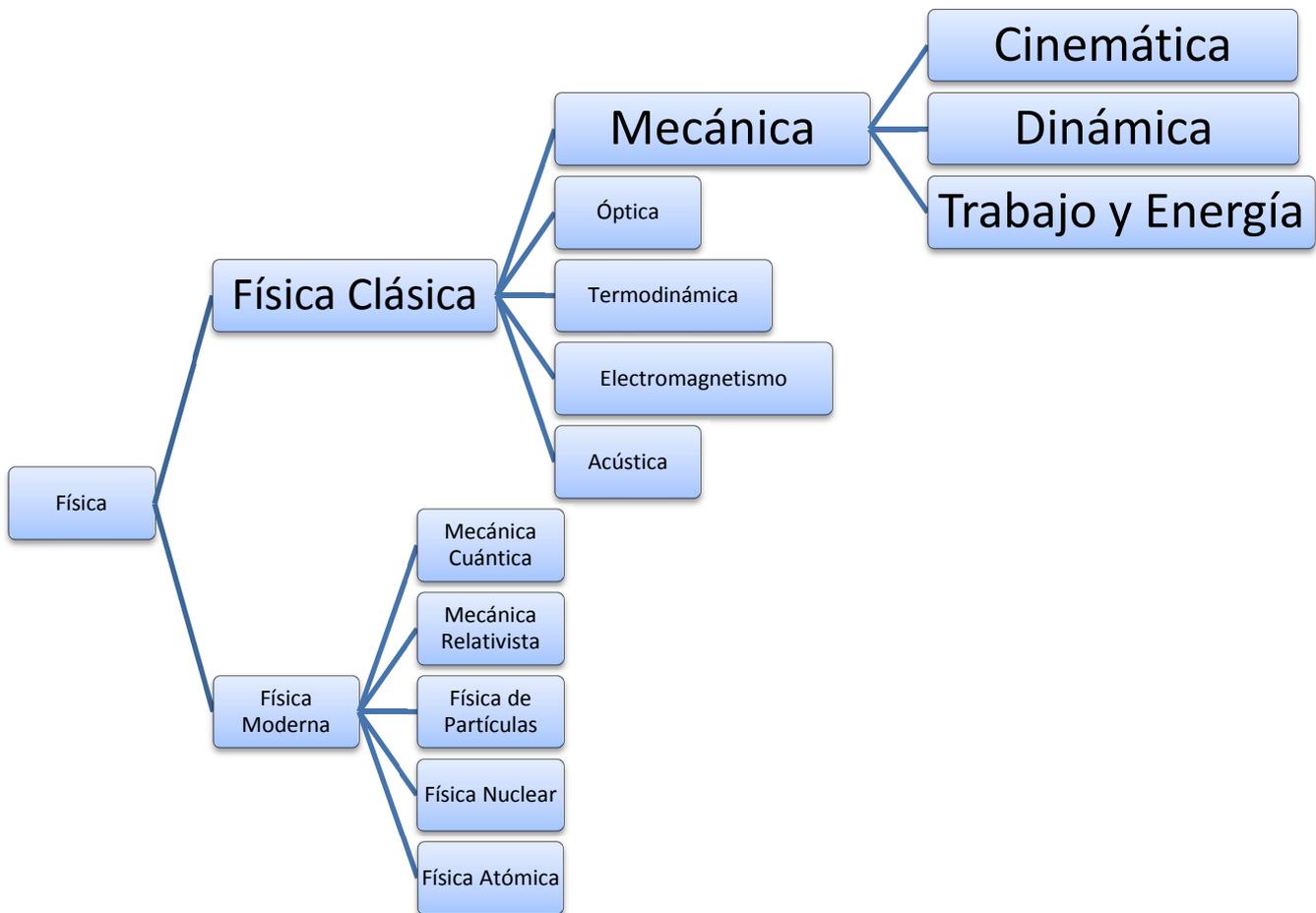


 JUNTA DE EXTREMADURA Consejería de Educación	Física y Química · 1º Bachillerato LOMCE	FyQ 1
IES de Castuera	INTRODUCCIÓN A LA CINEMÁTICA	2015 2016 Rev 01

The image shows a page of handwritten physics notes. The notes are organized into several sections, each with diagrams and equations. Key topics include:

- Kinematics:** Equations for position $x(t)$, velocity $v(t)$, and acceleration $a(t)$ for constant and variable acceleration. Includes the kinematic equations: $v = v_0 + at$, $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$, and $v^2 = v_0^2 + 2ax$.
- Dynamics:** Newton's second law $F = ma$, free fall, forces on inclined planes, and static friction. Includes diagrams of forces acting on objects.
- Energy:** Kinetic energy $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, potential energy $E_p = mgh$, and the work-energy theorem $W = \Delta E_k$.
- Waves:** Sinusoidal wave equations $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$, wave speed $v = \lambda f$, and energy transport in waves.
- Electromagnetism:** Basic concepts of electric and magnetic fields, and simple circuit diagrams.



Índice

El Movimiento	3
La Posición de un Cuerpo	3
La Ecuación de Posición	3
Desplazamiento, Trayectoria y Espacio Recorrido	5
Velocidad Media y Velocidad Instantánea	5
La Aceleración	9
Aceleración Tangencial y Aceleración Normal	11
Magnitudes Angulares	14
Problemas Propuestos	15

1| El Movimiento

Un cuerpo está en movimiento cuando, a medida que transcurre el tiempo, su posición varía respecto a un sistema de referencia que se considera fijo.

2| La Posición de un Cuerpo

La posición de un cuerpo, respecto del sistema de referencia, viene dada por el vector de posición. El vector de posición expresa la posición del cuerpo en un instante determinado.

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

El módulo del vector de posición permite determinar la distancia del cuerpo al origen del sistema de referencia.

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

3| La Ecuación de Posición de un Cuerpo en Movimiento

Es una ecuación que expresa el vector de posición en función del tiempo. La ecuación de posición ofrece la posición del cuerpo en cualquier instante.

$$\vec{r} = a \cdot t \cdot \vec{i} + b \cdot t \cdot \vec{j}$$

EJEMPLO

Dos cuerpos, A y B, se mueven según las siguientes ecuaciones de posición:

$$\begin{cases} \vec{r}_A = 8 \cdot t \cdot \vec{i} \\ \vec{r}_B = 1,5 \cdot t^2 \cdot \vec{i} \end{cases}$$

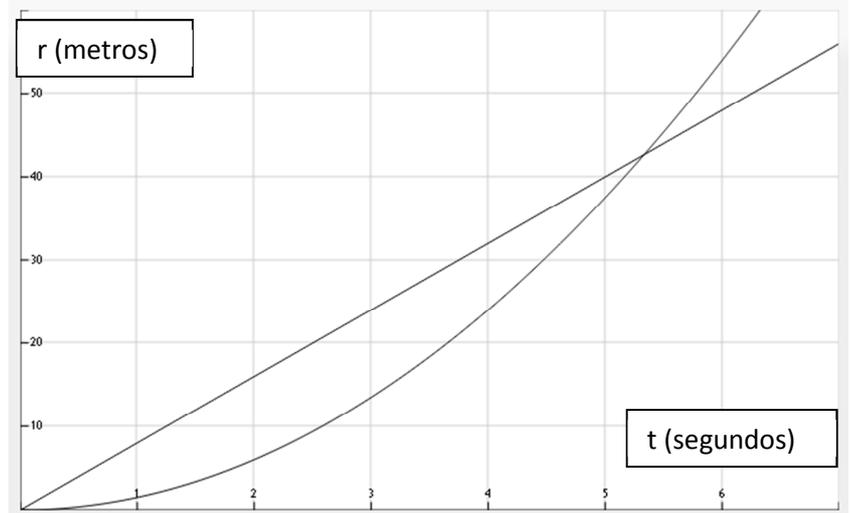
A) Representa, en una misma gráfica, las posiciones de los cuerpos desde $t=0$ hasta $t=6$.

B) ¿Qué cuerpo alcanza antes los 10 m recorridos?

C) ¿Qué cuerpo alcanza antes los 50 m recorridos?

D) ¿Al cabo de cuánto tiempo se encuentran los dos cuerpos en la misma posición?

E) ¿Qué diferencia fundamental encuentras entre los movimientos de los cuerpos?



Ejercicio 1

Determina los vectores de posición, y sus respectivos módulos, correspondientes a los siguientes puntos: **P(2,5)**, **Q(-2,4)**, **R(3,-4)**.

Ejercicio 2

La ecuación de posición de un cuerpo viene dada por la expresión:

$$\vec{r} = 2t \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j}$$

Determina:

- El vector de posición en los instantes $t=2$ y $t=5$.
- Las coordenadas de los puntos en los que se encuentra el cuerpo en los instantes anteriores.
- La distancia al origen en esos instantes.

4| Desplazamiento, Trayectoria y Espacio Recorrido

El desplazamiento es un vector que se define como la diferencia entre dos vectores de posición.

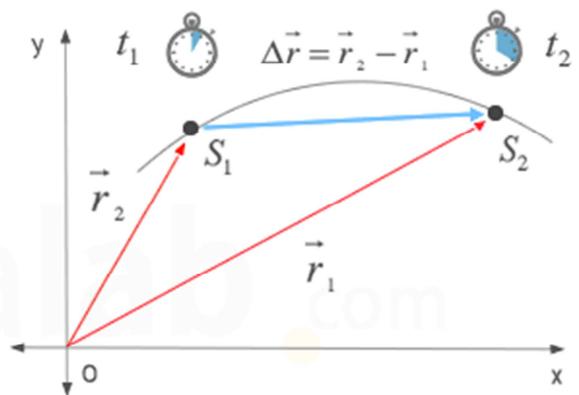
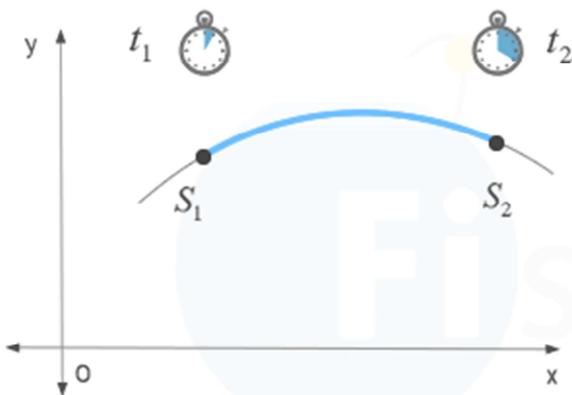
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

El módulo del vector desplazamiento es la distancia, medida en línea recta, entre la posición inicial y la posición final.

$$d = |\Delta\vec{r}|$$

La trayectoria es la línea geométrica que el cuerpo describe durante su movimiento.

El espacio recorrido (s) es la distancia, medida sobre la trayectoria, entre la posición inicial y la posición final.



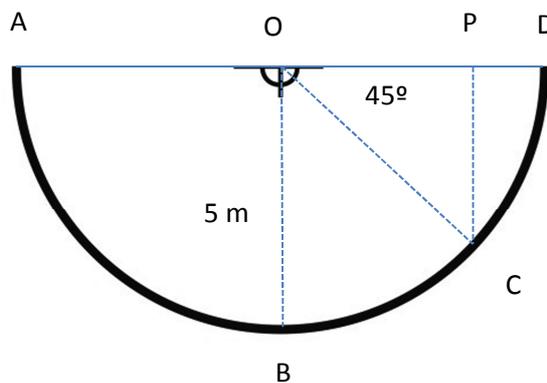
Ejercicio 3

Una canica rueda desde el punto **A** hasta el punto **D**, recorriendo una pista semicircular de 5 m de radio.

- Calcula los valores de los desplazamientos entre los puntos **A** y **B**, **A** y **C**, **A** y **D**.
- Determina el espacio recorrido entre cada una de dichas parejas de puntos.

SOLUCIÓN

- $d_{A-B}=7,07$ m $d_{A-C}=9,23$ m $d_{C-D}=10$ m
- $s_{A-B}=7,85$ m $s_{A-C}=11,78$ m $s_{A-D}=15,7$ m



Ejercicio 4

- ¿En qué circunstancias el desplazamiento es mayor que el espacio recorrido?
- ¿En qué situaciones coinciden el desplazamiento y el espacio recorrido?
- ¿Es posible que un cuerpo haya recorrido espacio si el desplazamiento es nulo?

Ejercicio 5

Un péndulo, de 1 m de longitud, se separa 20° de su posición de equilibrio y se deja oscilar. Determina:

- El desplazamiento y el espacio recorrido cuando el péndulo va de un extremo a otro de su trayectoria.
- El desplazamiento y el espacio recorrido correspondientes a una oscilación completa.

SOLUCIÓN:

- $d=0,684$ m $s=0,698$ m
- $d=0$ $s=1,396$ m

5| Velocidad Media y Velocidad Instantánea

La velocidad de un cuerpo es la rapidez con la que cambia de posición. Su unidad en el Sistema Internacional es el metro por segundo (m/s).

El vector velocidad tiene la misma dirección y el mismo sentido que el vector desplazamiento, es decir, la velocidad tiene la dirección y el sentido del movimiento.

La velocidad media de un cuerpo es la relación entre el vector desplazamiento y el tiempo invertido en realizar dicho desplazamiento.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

La velocidad media se determina para un intervalo de tiempo.

La velocidad instantánea de un cuerpo se define como la derivada de la ecuación de posición respecto del tiempo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La velocidad instantánea se determina para un instante de tiempo.

El vector velocidad instantánea tiene la dirección de la tangente a la trayectoria en el punto considerado y el sentido del movimiento.

DERIVADA DE UNA FUNCIÓN POLINÓMICA

$$f(x) = ax^m + bx^n + c$$

$$f'(x) = amx^{m-1} + bnx^{n-1} + 0$$

$$f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 5$$

$$f'(x) = 12x^2 + 6x + 2$$

Ejercicio 6

Un cuerpo se desplaza, siguiendo una trayectoria rectilínea, según la ecuación:

$$\vec{r} = 5t \cdot \vec{i} + 2t \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Determina la expresión vectorial y el módulo de la velocidad media durante los cinco primeros segundos.

Ejercicio 7

Un cuerpo se mueve según la ecuación:

$$\vec{r} = 5 \cdot \vec{i} + (3t^2 - 1) \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Determina:

- La expresión vectorial y el módulo del desplazamiento durante los diez primeros segundos.
- La expresión vectorial y el módulo de la velocidad media en ese intervalo.

Ejercicio 8

Un cuerpo se mueve según la siguiente ecuación de posición:

$$\vec{r} = (4t^3 - t) \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Determina:

- La velocidad media durante los diez primeros segundos.
- La velocidad instantánea para $t=5$ s y $t=10$ s

Ejercicio 9

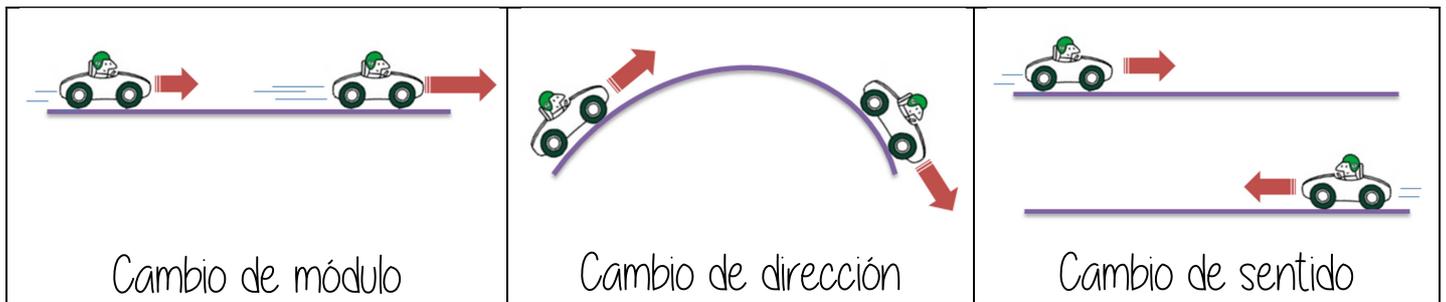
Un cuerpo se mueve según la ecuación $x = 5\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$ m

Calcula su posición para $t=0$ s, $t=0,5$ s, $t=1$ s y $t=2$ s

6| La Aceleración

La aceleración es una magnitud que mide la rapidez con la que cambia la velocidad de un cuerpo.

Como la velocidad es una magnitud vectorial, se producirá un cambio de velocidad siempre que cambie alguna de sus características: su módulo, su dirección o su sentido.



Aceleración Media

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

La unidad de aceleración en el sistema internacional es el metro por segundo al cuadrado (m/s^2).

Aceleración Instantánea

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ejercicio 10

La velocidad de un cuerpo varía según la expresión:

$$\vec{v} = (3t^2 - t) \cdot \vec{i} + 2t^2 \cdot \vec{j} \text{ m/s}$$

Determina su aceleración instantánea para $t=2$ segundos.

Ejercicio 11

La velocidad de un cuerpo varía según la expresión:

$$\vec{v} = (2t^2 + t) \cdot \vec{i} \text{ m/s}$$

Determina el valor de la aceleración media durante los tres primeros segundos.

Halla el valor de la aceleración instantánea para $t=3$ segundos.

Ejercicio 12

La posición de un cuerpo viene dada por la expresión:

$$\vec{r} = 2t^3 \cdot \vec{i} - 3t^2 \cdot \vec{j} \text{ m}$$

- Determina la expresión vectorial y el módulo de la velocidad media en el intervalo $t=0$ y $t=5$
- Halla la expresión vectorial y el módulo de la velocidad instantánea para $t=5$
- Determina la expresión vectorial y el módulo de la aceleración media en el intervalo $t=0$ y $t=5$
- Halla la expresión vectorial y el módulo de la aceleración instantánea para $t=5$

Ejercicio 13

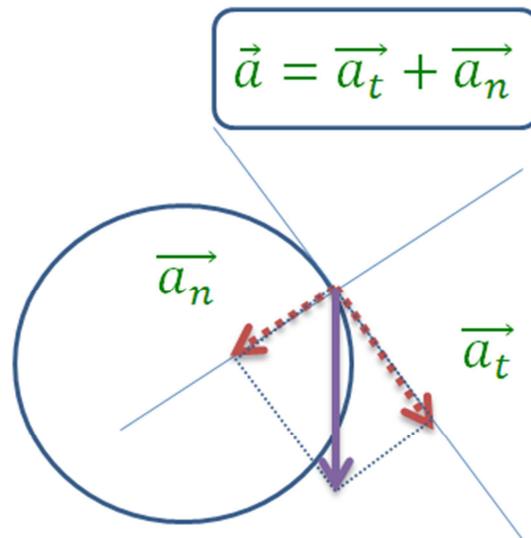
La posición de un cuerpo viene dada por la expresión:

$$\vec{r} = 2t^2 \cdot \vec{i} + 6t \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Realiza los mismos cálculos que en el ejercicio anterior.

7 | La Aceleración Tangencial y la Aceleración Normal

El vector aceleración tiene dos componentes: la aceleración tangencial y la aceleración normal o centrípeta.



La aceleración tangencial es la componente de la aceleración que provoca cambios en el módulo de la velocidad, es decir, es la responsable de que la velocidad de un cuerpo aumente, disminuya o permanezca constante.

Las características de la aceleración tangencial son las siguientes:

- ☑ Su módulo es la rapidez con la que cambia el módulo de la velocidad.

$$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

- ☑ Su dirección es, en cada punto, tangente a la trayectoria.
- ☑ Su sentido es el del movimiento si la velocidad aumenta y contrario al del movimiento si la velocidad disminuye.

La aceleración normal o centrípeta es la componente de la aceleración responsable de los cambios de dirección de la velocidad, sin afectar a su módulo.

Las características de la aceleración normal son las siguientes:

- ☑ Su módulo depende de la velocidad del cuerpo y del radio de la trayectoria.

$$a_n = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$$

- ☑ Su dirección coincide con la del radio de la trayectoria descrita.

- ☑ Su sentido es hacia el centro de curvatura.

Conocidas las componentes tangencial y normal, la aceleración puede determinarse mediante la expresión:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Dependiendo de los valores de las componentes de la aceleración, surgen diferentes tipos de movimientos:

	Aceleración tangencial	Aceleración normal
MRU	$a_t = 0$	$a_n = 0$
MRUA	$a_t \neq 0$ Constante	$a_n = 0$
MCU	$a_t = 0$	$a_n \neq 0$ Constante
MCUA	$a_t \neq 0$ Constante	$a_n \neq 0$ Constante

Ejercicio 14

Un cuerpo se mueve según la ecuación $\vec{r} = t^2 \cdot \vec{i} + (3t - 2) \cdot \vec{j} \text{ m}$

Determina:

- El vector de posición, las coordenadas de la posición y la distancia al origen de coordenadas para $t=1$ segundo.
- El vector velocidad y su módulo.
- La velocidad en el instante $t=1$ segundo.
- La expresión de la aceleración tangencial y su valor para $t=1$ segundo.

Ejercicio 15

Un cuerpo describe una trayectoria circular, de 5m de radio, con una velocidad que viene dada por la expresión $v = 5t \text{ m/s}$

Determina:

- La expresión de la aceleración tangencial y su valor para $t=2$ segundos.
- La expresión de la aceleración centrípeta y su valor para $t=2$ segundos.
- El módulo de la aceleración total y su valor para $t=2$ segundos.

Ejercicio 16

Un cuerpo recorre una trayectoria circular, de 10 m de radio, con una velocidad que varía según la expresión $v = 2t^2 \text{ m/s}$.

Determina:

- La expresión de la aceleración tangencial y su valor para $t=3$ segundos.
- La expresión de la aceleración centrípeta y su valor para $t=3$ segundos.
- El módulo de la aceleración total y su valor para $t=3$ segundos.

7 | Las Magnitudes Cinemáticas en Movimientos Circulares

✓ La Posición Angular

$$\theta = \frac{s}{R}$$

"s" es el arco de circunferencia recorrido.

"R" es el radio de la circunferencia.

" θ " es el ángulo recorrido, medido en radianes (rad)

✓ La Velocidad Angular

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La unidad de velocidad angular en el S.I. es radianes por segundo (rad/s).

Si la velocidad angular viene expresada en rpm: $\omega = \frac{\text{rpm} \cdot 2\pi}{60} \text{ rad/s}$

La relación entre velocidad lineal y angular: $v = \omega \cdot R$

La velocidad angular en función del período: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

✓ La Aceleración Angular

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

La unidad de aceleración angular en el S.I. es radianes por segundo al cuadrado (rad/s²)

La relación entre la aceleración angular y la aceleración tangencial: $a_t = \alpha \cdot R$

Problemas Propuestos